

**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sean  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 + ax + b \quad \text{y} \quad g(x) = c e^{-(x+1)}$$

Se sabe que las gráficas de  $f$  y  $g$  se cortan en el punto  $(-1, 2)$  y tienen en ese punto la misma recta tangente.

- (a) [2 puntos] Calcula los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
- (b) [0'5 puntos] Halla la ecuación de dicha recta tangente.

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Dadas las funciones  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{y} \quad g(x) = \sqrt[3]{x}$$

calcula el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.-** Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} x + \lambda y - z &= 0 \\ 2x + y + \lambda z &= 0 \\ x + 5y - \lambda z &= \lambda + 1 \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro  $\lambda$ .
- (b) [1 punto] Resuélvelo para  $\lambda = -1$ .

**Ejercicio 4.-** Los puntos  $A(-2, 3, 1)$ ,  $B(2, -1, 3)$  y  $C(0, 1, -2)$  son vértices consecutivos del paralelogramo  $ABCD$ .

- (a) [1 punto] Halla las coordenadas del vértice  $D$ .
- (b) [1 punto] Encuentra la ecuación de la recta que pasa por  $B$  y es paralela a la diagonal  $AC$ .
- (c) [0'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a dicho paralelogramo.

**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Se sabe que  $f$  tiene un máximo local en  $x = 1$ , que el punto  $(0, 1)$  es un punto de inflexión de su gráfica y que  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{9}{4}$ . Calcula  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por  $g(x) = \ln x$  ( $\ln$  denota logaritmo neperiano).

- [0'75 puntos]** Justifica que la recta de ecuación  $y = \frac{1}{e}x$  es la recta tangente a la gráfica de  $g$  en el punto de abscisa  $x = e$ .
- [1'75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $g$ , el eje de abscisas y la recta tangente del apartado anterior.

**Ejercicio 3.- [2'5 puntos]** Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz  $P$  que verifica  $AP - B = C^T$  ( $C^T$  es la matriz traspuesta de  $C$ ).

**Ejercicio 4.-** Sea la recta  $r$  dada por 
$$\begin{cases} 2x + y - mz = 2 \\ x - y - z = -m \end{cases}$$

y el plano  $\pi$  definido por  $x + my - z = 1$

- [1 punto]** ¿Existe algún valor de  $m$  para el que  $\pi$  y  $r$  son paralelos?
- [1 punto]** ¿Para qué valor de  $m$  está la recta contenida en el plano?
- [0'5 puntos]** ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano cuando  $m = 0$ ?