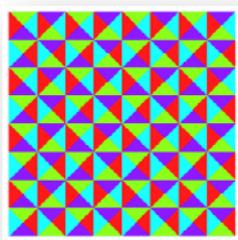
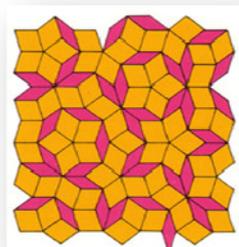


MOSAICOS, FRISOS Y ROSETONES

Una tesela es una pieza que en unión de otras idénticas es capaz de rellenar el plano, de tal manera que no se solapen, y que no existan fisuras entre ellas. El dibujo que se obtiene recibe el nombre de **mosaico** o **teselación**. Es lo que vulgarmente se conoce como enlosar una habitación con un tipo concreto de baldosas. Desde la antigüedad los seres humanos han hecho uso de esta técnica geométrica, entre otras cosas, para decorar sus casas y utensilios domésticos.



1.- *Mosaico periódico*



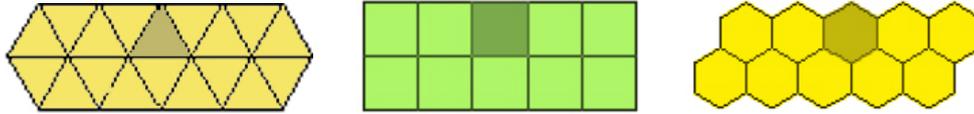
2.- *Mosaico no periódico*



3.- *Mosaico de Escher*

Existen un número casi infinito de teselas, pero de todas ellas las que despiertan un mayor interés entre los matemáticos son las **poligonales**. Una teselación diremos que es **regular** cuando las teselas que lo forman son polígonos regulares idénticos. Puesto que en cada uno de los vértices la suma de los ángulos debe ser de 360 grados, entonces sólo

existen tres tipos de teselación regular, las mallas formadas por triángulos equiláteros, por cuadrados y por hexágonos regulares.



Un matemático ruso, *Fedorov*, demostró que de las infinitas combinaciones posibles para hacer mosaicos periódicos, sólo existen 17 estructuras elementales (grupos de simetrías) que combinándolas adecuadamente dan origen al resto de las combinaciones. Estos estudios sobre los grupos de simetrías tienen su origen en la Cristalografía analizando la forma en que cristalizan los cristales. Mucho antes de que este descubrimiento fuese hecho, los árabes en la Alhambra de Granada utilizaron exactamente estas 17 estructuras diferentes para sus bellas decoraciones de sus edificios. Estos son algunos ejemplos de mosaicos árabes.

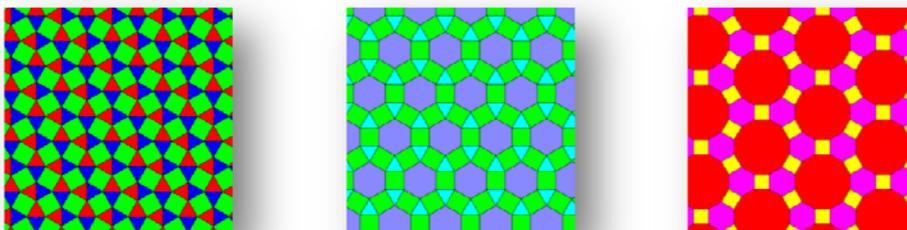


1.- $p4m$

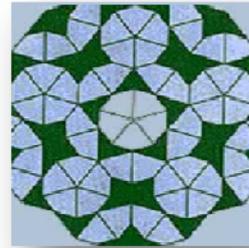
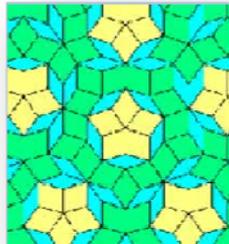
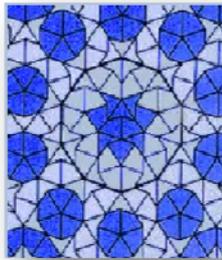
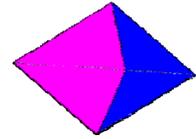
2.- pgg

3.- $p6$

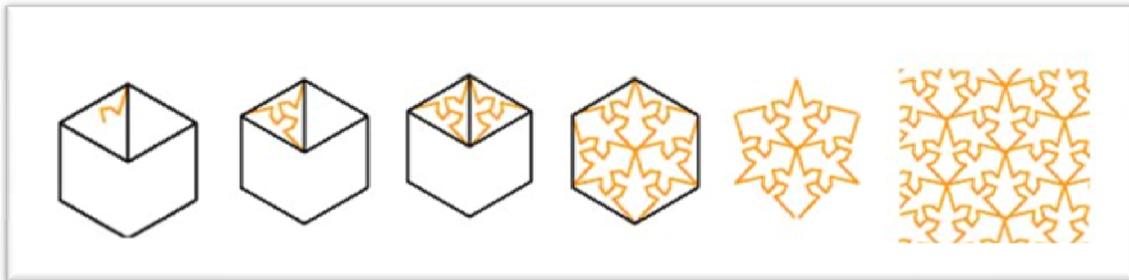
Un **mosaico semiregular** es aquel que está formado por dos o más polígonos regulares. Existen 8 teselaciones semiregulares diferentes. Estas son algunas de ellas:



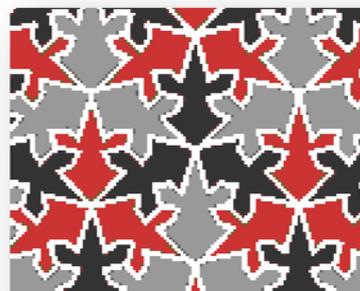
Otros mosaicos no regulares y muy famosos son los llamados **mosaicos de Penrose**. Para su construcción se toma un rombo de 72 grados y se divide en dos partes, teselas conocidas como el dardo y la cometa, de tal manera que su diagonal mayor se divide en dos trozos según la proporción áurea.



Naturalmente a partir de estas teselas regulares se pueden obtener otras muchas teselaciones, por ejemplo, la que se muestra en las figuras siguientes.

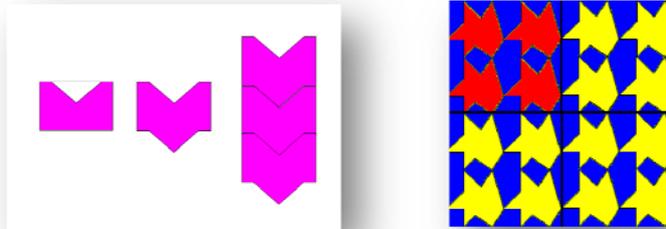


que una vez coloreada adopta la siguiente forma,

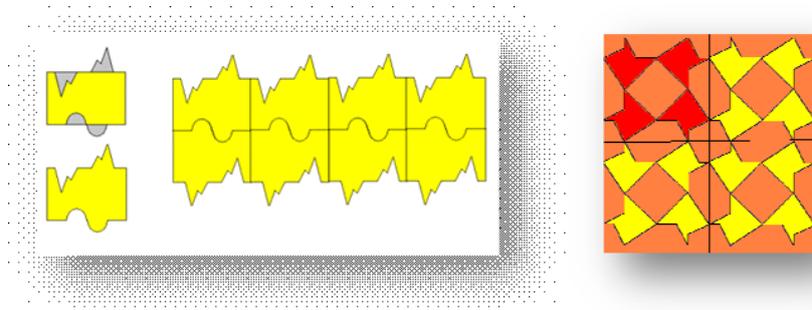


La manera en que se ha conseguido construir estos mosaicos está basada en diferentes tipos de **movimientos en el plano**, como son:

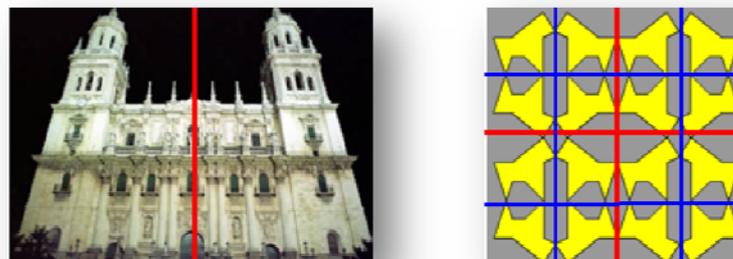
- **Traslaciones:** consiste en elegir un vector v y asignar a cualquier punto P otro punto P' de forma que el vector PP' tiene el mismo módulo, dirección y sentido que el vector inicial v . Las traslaciones implican deslizamientos y desplazamiento, el tamaño la forma y la orientación de la figura no se modifican.



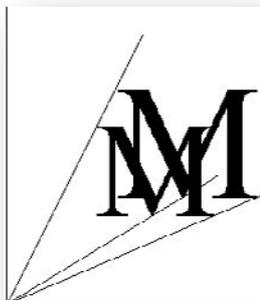
- **Giros de centro O y ángulo α :** asocia a todo punto P otro punto P' , de tal forma que la distancia de O a P es la misma que la de O a P' , y el ángulo POP' es igual a α . El giro implica un cambio de orientación de la figura.



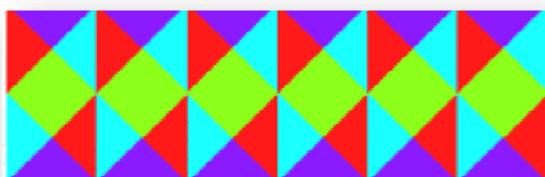
- **Simetrías respecto de un eje:** asocia a cada punto P otro punto P' , de tal manera que el eje es la mediatriz del segmento PP' .



- **Homotecias** de centro C y razón r : asigna a un punto P el punto P' tal que los puntos CPP' están alineados y la distancia de C a P' es r veces la distancia de C a P . Conserva los ángulos y las formas, pero no conserva las distancias.



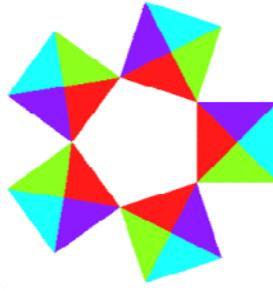
Los **frisos** se obtienen repitiendo un dibujo de forma periódica a lo largo de una dirección. Únicamente existen siete modelos de friso, que se clasifican según el algoritmo de *Rose-Stafford*, de acuerdo a una determinada notación. La letra **p** significa repetición por traslación a lo largo de una línea (todos los frisos empiezan por esta letra), la **m** hace referencia a la simetría especular (espejo), y la letra **a** hace referencia a una simetría por desplazamiento. Cuando no hay giro de 180 grados se coloca un **1** y en caso contrario un **2**.



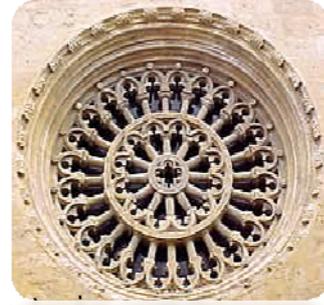
Las siguientes figuras que estudiaremos son los **rosetones** o grupos de *Leonardo de Vinci*, puesto que fueron muy usados por el ilustre artista del renacimiento en las ventanas de sus capillas. Fijada una determinada figura (llamada pétalo), se gira en torno a un punto fijo (centro) rellenando todo el espacio que rodea el centro. Si el rosetón tiene ejes de simetrías entonces se dice que pertenece al grupo de los diédricos D_n , y en caso contrario se dice que pertenece al grupo de los cíclicos C_n , donde el n indica el orden del giro.



1.- *Notre Dame*



2.- *Rosetón cíclico de orden 5*



3.- *Iglesia San Miguel*

Referencias.

- http://personal.telefonica.terra.es/web/emiliomartin2002/mosaicos_y_teselaciones.htm
- <http://centros5.pntic.mec.es/sierrami/dematesna/demates45/opciones/sabias/Expo%20Teselaciones%20recortables%200405/index.htm>
- http://www.iescomercio.com/cursos/Russell_en_%20Atenas/teselaciones.htm#Indice
- <http://www.telefonica.net/web2/m-p/mo.htm>
- http://www.juntadeandalucia.es/averroes/ies_sierra_magina/webquest/MAtquest/23%20proceso.htm
- http://personal.telefonica.terra.es/web/imarti22/actividades/actividades/mosaicos/marco_mosaicos.htm
- http://mosaic.uoc.edu/practicas/Matematicas/omerinop_p1/omerinop_p1/mosaicos.htm
- http://descartes.cnice.mec.es/descartes2/previas_web/materiales_didacticos/grabados_de_escher/index.htm
- http://mosaic.uoc.edu/practicas/Matematicas/igarciamanu_pec1/pec1.swf
- <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/3eso/geometria/movimientos/mosaicos/mosaicos.htm>
- <http://www2.spsu.edu/math/tile/index.htm>

